

SPRAWOZDANIE Z PROJEKTÓW WYKONYWANYCH W RAMACH ĆWICZEŃ PROJEKTOWYCH

Kurs Badania Operacyjne i Logistyka

1. Imię i nazwisko: **Grzegorz Biskup**
2. Nazwa przedmiotu: BOiL,
Kierunek studiów: Informatyka Stosowana,
Rodzaj studiów: niestacjonarne inżynierskie,
Data sporządzenia sprawozdania: 30-04-2020 r.
3. **Temat projektu:** rozwiązywanie zbilansowanych zagadnień transportowych z wykorzystaniem metod tablicowych
4. Opis zagadnienia:
ZAGADNIENIE TRANSPORTOWE- jest specyficznym problemem z zakresu zastosowań programowania liniowego, które wykorzystuje się najczęściej do:
 - optymalnego planowania transportu towarów, przy minimalizacji kosztów lub czasu wykonania zadania;
 - optymalnego rozdziału czynników produkcji, w celu maksymalizacji wartości produkcji, zysku lub dochodu
5. Wykorzystane narzędzia:
 - system zarządzania treścią (CMS) WordPress
 - języki programowania i technologie: PHP, HTML, CSS, Apache2,
 - narzędzie: Solver, Google SpreadSheet
 - sprzęt: Hosting Pro 2014 firmy OVHcloud

6. Rozwiązanie przykładowego zadania:

Pewna firma ma zakłady wytwórcze w miejscowościach A, B, C oraz centra dystrybucyjne w miejscowościach D, E, F. Możliwości produkcyjne zakładów wynoszą odpowiednio 50, 70 i 30 jednostek, natomiast prognozy popytu w centrach - odpowiednio 20, 40 i 90 jednostek. Należy określić taki plan przewozów, by przy uwzględnieniu możliwości produkcyjnych zakładów oraz przewidywanego popytu w centrach dystrybucyjnych zminimalizować łączne koszty transportu (które są proporcjonalne do ilości przewożonego towaru).
Jednostkowe koszty transportu przedstawione są w tabeli:

<i>Miejscowość</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>A</i>	3	5	7
<i>B</i>	12	10	9
<i>C</i>	13	3	9

Opis oznaczeń:

Dostawcy: D₁, D₂, D₃ - zakłady produkcyjne w miejscowościach A, B, C

Odbiorcy: O₁, O₂, O₃ - centra dystrybucyjne w miejscowościach D, E, F

Określenie popytu i podaży:

Podaż: 50 + 30 + 70 = 150

Popyt: 20 + 40 + 90 = 150

Zadanie jest zbilansowane, ponieważ: POPYT = PODAŻ.

- Matematyczne sformułowanie zagadnienia transportowego

- Koszty transportu (funkcja celu):

$$Z(x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{31}, x_{32}, x_{33}) = 3x_{11} + 5x_{12} + 7x_{13} + 12x_{21} + 10x_{22} + 9x_{23} + 13x_{31} + 3x_{32} + 9x_{33} \rightarrow \min$$

- ograniczenia

podaż:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 50$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 70$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 30$$

$$\text{wszystkie } x \geq 0$$

- ograniczenia

popytu:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 20$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 90$$

$$\text{wszystkie } x \geq 0$$

- zbiór ograniczeń:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 50$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 70$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 30$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 20$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 40$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 90$$

$$\text{wszystkie } x \geq 0$$

- Poszukiwanie pierwszego dopuszczalnego rozwiązania bazowego

– opis metody wierzchołka północno-zachodniego.

(1,1)	(1,2)	(1,3)	50	D ₁
(2,1)	(2,2)	(2,3)	70	D ₂
(3,1)	(3,2)	(3,3)	30	D ₃
20	40	90		
O ₁	O ₂	O ₃		

Pole (1,1) to trasa od D1 do O1 – Pole (1,2) oznacza trasę od D1 do O2.

Uogólniając: pole (i,j) oznacza trasę od i-tego dostawcy do j-tego odbiorcy.

W wykorzystaniu metody wierzchołka północno-zachodniego na początku określamy liczbę, tzw. węzłów bazowych: $m+n-1$ (m- l. dostawców | n- l. odbiorców).

Co daje nam $3+3-1=5$. Węzły bazowe = l. zmiennych: $m+n-1$ oznacza to, że jedna zmienna jest zbędna, więc pomijamy jeden z warunków ograniczających.

- Pierwsze rozwiązanie bazowe spełniające wszystkie ograniczenia:

$$x_{11}=20 \quad x_{12}=30 \quad x_{13}=0$$

$$x_{21}=0 \quad x_{22}=10 \quad x_{23}=60$$

$$x_{31}=0 \quad x_{32}=0 \quad x_{33}=30$$

- Wartość funkcji celu dla pierwszego rozwiązania bazowego:

$$Z = 3x_{11} + 5x_{12} + 7x_{13} + 12x_{21} + 10x_{22} + 9x_{23} + 13x_{31} + 3x_{32} + 9x_{33} = 3 \cdot 20 + 5 \cdot 30 + 7 \cdot 0 + 12 \cdot 0 + 10 \cdot 10 + 9 \cdot 60 + 13 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 9 \cdot 30 = 1120$$

Jest to punkt wyjścia dla ustalenia rozwiązania optymalnego.

- Poszukiwanie rozwiązania optymalnego

- Definicja wskaźników optymalności:

$$E_{ij} = u_i + v_j + c_{ij}$$

- Założenie dla węzłów bazowych:

$$E_{ij} = u_i + v_j + c_{ij} = 0$$

- Otrzymany układ równań:

$$E_{11} = u_1 + v_1 + 3 = 0 \text{ dla węzła (1,1)}$$

$$E_{12} = u_1 + v_2 + 5 = 0 \text{ dla węzła (1,2)}$$

$$E_{22} = u_2 + v_2 + 10 = 0 \text{ dla węzła (2,2)}$$

$$E_{23} = u_2 + v_3 + 9 = 0 \text{ dla węzła (2,3)}$$

$$E_{33} = u_3 + v_3 + 9 = 0 \text{ dla węzła (3,3)}$$

6 równań i 5 niewiadomych → nieskończenie wiele rozwiązań,
więc dla jednej ze zmiennych przyjąć dowolną wartość: $u_1=0$:

$$U_1 = 0 \quad V_1 = -3$$

$$U_2 = -5 \quad V_2 = -5$$

$$U_3 = -5 \quad V_3 = -4$$

- Węzły niebazowe: → $E_{ij} = u_i + v_j + c_{ij}$ Stąd:

$$E_{13} = u_1 + v_3 + 7 = 3$$

$$E_{21} = u_2 + v_1 + 12 = 4$$

$$E_{31} = u_3 + v_1 + 13 = 5$$

$$E_{32} = u_3 + v_2 + 3 = -7$$

- Kryteria:

- Kryterium optymalności: rozwiązanie jest optymalne, jeżeli wartości wszystkich wskaźników w tabeli wskaźników optymalności są nieujemne.
- Kryterium wejścia: w tabeli optymalności znajdujemy najmniejszy element. Odpowiadający mu węzeł wprowadzamy do bazy
- Cykl – zbiór węzłów, gdzie w każdej linii (wierszu lub kolumnie) znajduje się 0 lub 2 węzły tego zbioru. Cykl składa się z półcyklu dodatniego i ujemnego. Budując cykl, należy zacząć od węzła odpowiadającego najmniejszemu wskaźnikowi optymalności i udajemy do tego pola cykl, nadając każdemu polu numer będący kolejną liczbą naturalną. Pola, które mają numery nieparzyste (cykl dodatni), pola parzyste (cykl ujemny).
 - Nasz cykl: (3,2)-(2,2)-(2,3)-(3,3)
 - Półcykl dodatni: (3,2)-(2,3)
 - Półcykl ujemny: (2,2)-(3,3)
- Kryterium wyjścia: z bazy usuwana jest zmienna, dla której wartość przewozu w półcyklu ujemnym jest najmniejsza.

- Ponowne (drugie) wyliczenie nowych wskaźników optymalności i przeprowadzenie procedury wprowadzania węzła do i wyprowadzania z bazy.

- Wskaźniki optymalności zmiennych bazowych są równe zero:

$$E_{11} = u_1 + v_1 = 0$$

$$E_{12} = u_1 + v_2 = 0$$

$$E_{23} = u_2 + v_3 = 0$$

$$E_{32} = u_3 + v_2 - 7 = 0$$

$$E_{33} = u_3 + v_3 = 0$$

Podstawienie za $u_1 = 0$:

$$U_1 = 0 \quad V_1 = 0$$

$$U_2 = 7 \quad V_2 = 0$$

$$U_3 = 7 \quad V_3 = -7$$

Wyliczenie dla węzłów niebazowych:

$$e_{ij} = u_i + v_j + c_{ij}$$

Stąd nowe wskaźniki optymalności:

$$E_{13} = u_1 + v_3 + 3 = -4$$

$$E_{21} = u_2 + v_1 + 4 = 11$$

$$E_{22} = u_2 + v_2 + 0 = 7$$

$$E_{31} = u_3 + v_1 + 5 = 12$$

- Wartość wskaźnika optymalności jest ujemna dla zmiennej x_{13} , która zostanie wprowadzona do nowej bazy. Trasa (1,3) odpowiada ujemnemu wskaźnikowi optymalności. Korekcja trasy z przyjęciem maksymalnej wartości w węźle równej 20.

- Ponowne (trzecie) wyliczenie nowych wskaźników optymalności i przeprowadzenie procedury wprowadzania wężła do i wyprowadzania z bazy.

- Nowe wskaźniki optymalności zmiennych bazowych są równe zero:

$$E_{11} = u_1 + v_1 = 0$$

$$E_{12} = u_1 + v_2 = 0$$

$$E_{13} = u_1 + v_3 - 4 = 0$$

$$E_{23} = u_2 + v_3 = 0$$

$$E_{32} = u_3 + v_2 = 0$$

Podstawienie za $u_1 = 0$:

$$U_1 = 0 \quad V_1 = 0$$

$$U_2 = -4 \quad V_2 = 0$$

$$U_3 = 0 \quad V_3 = 4$$

- Wszystkie wskaźniki optymalności są nieujemne
→ ostatnie otrzymane rozwiązanie bazowe jest optymalne:

$$X_{11} = 20 \quad X_{12} = 10 \quad X_{13} = 20$$

$$X_{21} = 0 \quad X_{22} = 0 \quad X_{23} = 70$$

$$X_{31} = 0 \quad X_{32} = 30 \quad X_{33} = 0$$

- Wartość funkcji celu (koszty transportu) dla ostatecznego rozwiązania:

$$Z(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{31}, x_{32}, x_{33}) =$$

$$3x_{11} + 5x_{12} + 7x_{13} + 12x_{21} + 10x_{22} + 9x_{23} + 13x_{31} + 3x_{32} + 9x_{33} =$$

$$= 3 \cdot 20 + 5 \cdot 10 + 7 \cdot 20 + 12 \cdot 0 + 10 \cdot 0 + 9 \cdot 70 + 13 \cdot 0 + 3 \cdot 30 + 9 \cdot 0 = \mathbf{970}$$

- Rozwiązanie z wykorzystaniem aplikacji komputerowej internetowej:

Dostawcy	Podaż	Odbiorcy	Popyt	WYNIK	
A	50	D	20	x11	20
B	70	E	40	x12	10
C	30	F	90	x13	20
				x21	0
				x22	0
Miejscowość	D	E	F	x23	70
A	3	5	7	x31	0
B	12	10	9	x32	30
C	13	3	9	x33	0
Ograniczenia podaży				Zmienne	Wyniki
A	$x11 + x12 + x13 = 50$			50	50
B	$x21 + x22 + x23 = 70$			70	70
C	$x31 + x32 + x33 = 30$			30	30
Wszystkie $X \geq 0$					
Ograniczenia popytu					
D	$x11 + x21 + x31 = 20$			20	20
E	$x12 + x22 + x32 = 40$			40	40
F	$x13 + x23 + x33 = 90$			90	90
Wszystkie $X \geq 0$					
Wzór - koszty transportu	$Z[x11, x12, x13, x21, x22, x23, x31, x32, x33] = 3 \cdot x11 + 5 \cdot x12 + 7 \cdot x13 + 12 \cdot x21 + 10 \cdot x22 + 9 \cdot x23 + 13 \cdot x31 + 3 \cdot x32 + 9 \cdot x33$				
Koszty transportu	970				

7. Podpis:

Gregorz Biskup